

Matematyka

Matematyka jest nauką, która stanowi istotne wsparcie dla innych dziedzin, zwłaszcza dla nauk przyrodniczych i informatycznych. Nauczanie matematyki w szkole opiera się na trzech fundamentach: nauce rozumowania matematycznego, kształceniu sprawności rachunkowej i przekazywaniu wiedzy o własnościach obiektów matematycznych.

Rozumowanie matematyczne to umiejętność poszukiwania rozwiązania danego zagadnienia. Dobrze kształcona rozwija zdolność myślenia konstruktywnego, premiuje postępowanie nieschematyczne i twórcze. Ponadto rozumowanie matematyczne narzuca pewien rygor ścisłości: dowód matematyczny musi być poprawny. Dobre opanowanie umiejętności rozumowania matematycznego ułatwia w życiu codziennym odróżnianie prawdy od fałszu.

Sprawność rachunkowa jest ważnym elementem nauczania matematyki nawet w sytuacji, gdy wiele rachunków wykonuje się za pomocą sprzętu elektronicznego. Ważnym celem ćwiczenia sprawności rachunkowej jest kształtowanie wyobrażenia o wielkościach liczb, a w konsekwencji doskonalenie umiejętności precyzyjnego szacowania wyników. Takie wyobrażenie ułatwia codzienne życie, na przykład planowanie budżetu domowego.

Wiedza o właściwościach obiektów matematycznych pozwala na swobodne operowanie nimi i stosowanie obiektów matematycznych do opisu bądź modelowania zjawisk obserwowanych w rzeczywistości. Właściwości matematyczne modeli przekładają się często na konkretne własności obiektów rzeczywistych.

MATEMATYKA

Cele kształcenia – wymagania ogólne

I. Sprawność rachunkowa.

Wykonywanie obliczeń na liczbach rzeczywistych, także przy użyciu kalkulatora, wykonywanie działań na wyrażeniach algebraicznych oraz wykorzystywanie tych umiejętności przy badaniu sytuacji rzeczywistych.

II. Wykorzystanie i tworzenie informacji.

1. Interpretowanie i operowanie informacjami przedstawionymi w tekście matematycznym oraz w formie wykresów, diagramów, tabel.
2. Używanie języka matematycznego do tworzenia tekstów matematycznych, w tym do opisu prowadzonych rozumowań i uzasadniania wniosków, a także do przedstawiania danych.

III. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.

1. Stosowanie obiektów matematycznych i operowanie nimi, interpretowanie pojęć matematycznych.

2. Dobieranie i tworzenie modeli matematycznych przy rozwiązywaniu problemów praktycznych.

IV. Rozumowanie i argumentacja.

1. Przeprowadzanie rozumowań, podawanie argumentów uzasadniających poprawność rozumowania.
2. Dostrzeganie regularności, podobieństw oraz analogii, formułowanie wniosków na ich podstawie i uzasadnianie ich poprawności.
3. Dobieranie argumentów do uzasadnienia poprawności rozwiązywania problemów, gwarantujących poprawność rozwiązania.
4. Stosowanie i tworzenie strategii przy rozwiązywaniu zadań.

Treści nauczania – wymagania szczegółowe

I. Liczby rzeczywiste. Uczeń:

- 1) wykonuje działania (dodawanie, odejmowanie, mnożenie, dzielenie) w zbiorze liczb rzeczywistych;
- 2) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej;
- 3) stosuje własności pierwiastków dowolnego stopnia, w tym pierwiastków stopnia nieparzystego z liczb ujemnych;
- 4) stosuje prawa działań na potęgach i pierwiastkach;
- 5) wykorzystuje własności potęgowania i pierwiastkowania w sytuacjach praktycznych, w tym do obliczania procentów składanych, zysków z lokat i kosztów kredytów.

II. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:

- 1) stosuje wzory skróconego mnożenia na: $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $a^2 - b^2$;
- 2) dodaje, odejmuje i mnoży wyrażenia algebraiczne;
- 3) wyłącza poza nawias jednomian z sumy algebraicznej.

III. Równania i nierówności. Uczeń:

- 1) przekształca równania i nierówności w sposób równoważny, w tym na przykład przekształca równoważnie równanie $\frac{5}{x+1} = \frac{x+3}{2x-1}$;
- 2) interpretuje równania i nierówności sprzeczne i tożsamościowe;
- 3) rozwiązuje nierówności liniowe z jedną niewiadomą;
- 4) rozwiązuje równania i nierówności kwadratowe.

IV. Układy równań. Uczeń:

- 1) rozwiązuje układy równań liniowych z dwiema niewiadomymi, podaje interpretację geometryczną układów oznaczonych, nieoznaczonych i sprzecznych;
- 2) stosuje układy równań liniowych do rozwiązywania zadań tekstowych.

V. Funkcje. Uczeń:

- 1) określa funkcje jako jednoznaczne przyporządkowanie za pomocą opisu słownego, tabeli, wykresu i wzoru (również różnymi wzorami na różnych przedziałach);
- 2) oblicza wartość funkcji zadanej wzorem algebraicznym;
- 3) odczytuje z wykresu funkcji: dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, przedziały monotoniczności, przedziały, w których funkcja przyjmuje wartości większe (nie mniejsze) lub mniejsze (nie większe) od danej liczby, największe i najmniejsze wartości funkcji (o ile istnieją) w danym przedziale domkniętym oraz argumenty, dla których wartości największe i najmniejsze są przez funkcję przyjmowane;
- 4) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;
- 5) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o jej wykresie lub o jej własnościach;
- 6) szkicuje wykres funkcji kwadratowej zadanej wzorem;
- 7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci ogólnej, kanonicznej i iloczynowej (jeżeli istnieje);
- 8) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;
- 9) wyznacza największą i najmniejszą wartość funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;
- 10) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp., także osadzonych w kontekście praktycznym;
- 11) posługuje się funkcją $f(x) = \frac{a}{x}$, w tym jej wykresem, do opisu i interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi, również w zastosowaniach praktycznych;
- 12) na podstawie wykresu funkcji $y = f(x)$ szkicuje wykresy funkcji $y = f(x - a)$, $y = f(x) + b$, $y = -f(x)$, $y = f(-x)$.

VI. Trygonometria. Uczeń:

- 1) wykorzystuje definicje funkcji: sinus, cosinus i tangens dla kątów od 0° do 90° , w szczególności wyznacza wartości funkcji trygonometrycznych dla kątów 30° , 45° , 60° ;
- ~~2) znajduje przybliżone wartości funkcji trygonometrycznych, korzystając z tablic lub kalkulatora;~~
- ~~3) znajduje za pomocą tablic lub kalkulatora przybliżoną wartość kąta, jeżeli dana jest wartość funkcji trygonometrycznej;~~
- 4) korzysta ze wzorów $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$; $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$;
- 5) oblicza kąty trójkąta prostokątnego i długości jego boków przy odpowiednich danych (rozwiązuje trójkąty prostokątne).

VII. Planimetria. Uczeń:

- 1) rozpoznaje trójkąty ostrokątne, prostokątne i rozwartokątne przy danych długościach boków (m.in. stosuje twierdzenie odwrotne do twierdzenia Pitagorasa);
- 2) rozpoznaje wielokąty foremne i korzysta z ich podstawowych własności;
- 3) korzysta z własności kątów i przekątnych w prostokątach, równoległobokach, rombów i trapezach;
- 4) stosuje własności kątów wpisanych i środkowych;
- 5) oblicza pole wycinka koła i długość łuku okręgu;
- 6) korzysta z cech podobieństwa trójkątów;
- 7) wykorzystuje zależności między obwodami oraz między polami figur podobnych;
- 8) wskazuje podstawowe punkty szczególne w trójkącie: środek okręgu wpisanego w trójkąt, środek okręgu opisanego na trójkącie, ortocentrum, środek ciężkości oraz korzysta z ich własności;
- 9) stosuje funkcje trygonometryczne do wyznaczania długości odcinków w figurach płaskich oraz obliczania pól figur.

VIII. Geometria analityczna. Uczeń:

- 1) rozpoznaje wzajemne położenie prostych na płaszczyźnie na podstawie ich równań, w tym znajduje wspólny punkt dwóch prostych, jeżeli taki istnieje;
- 2) posługuje się równaniami prostych na płaszczyźnie w postaci kierunkowej, w tym wyznacza równanie prostej o zadanych własnościach (takich jak na przykład przechodzenie przez dwa dane punkty, znany współczynnik kierunkowy, równoległość lub prostokątność do innej prostej);
- 3) oblicza odległość dwóch punktów w układzie współrzędnych.

IX. Stereometria. Uczeń:

- 1) posługuje się pojęciem kąta między prostą a płaszczyzną;
- 2) oblicza objętości i pola powierzchni graniastosłupów, ostrosłupów, walca, stożka i kuli, również z wykorzystaniem trygonometrii i poznanych twierdzeń.

X. Kombinatoryka. Uczeń:

- 1) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych;
- 2) zlicza obiekty stosując reguły mnożenia i dodawania (także łącznie) dla dowolnej liczby czynności.

XI. Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka. Uczeń:

- 1) oblicza prawdopodobieństwo w modelu klasycznym w prostych sytuacjach;
- 2) oblicza średnią arytmetyczną i średnią ważoną oraz znajduje medianę i dominantę;
- 3) ~~stosuje skalę centylową.~~

Warunki i sposób realizacji

Oznaczenia. Uczeń powinien używać powszechnie przyjętego oznaczenia zbiorów liczbowych, a w szczególności: dla liczb naturalnych symbolu N , dla liczb całkowitych symbolu Z , dla liczb wymiernych – Q , dla liczb rzeczywistych – R .

Przedziały. Uczeń powinien wykorzystywać przedziały do opisu zbioru rozwiązań nierówności. Najważniejsza w odpowiedzi jest jej poprawność. Na przykład rozwiązanie nierówności $x^2 - 9x + 20 > 0$ może być zapisane na każdy z poniższych sposobów:

- rozwiązaniem nierówności może być każda liczba x , która jest mniejsza od 4 lub większa od 5;
- rozwiązaniami są wszystkie liczby x mniejsze od 4 i wszystkie liczby x większe od 5;

- $x < 4$ lub $x > 5$;
- $x \in (-\infty, 4)$ lub $x \in (5, \infty)$;
- $x \in (-\infty, 4) \cup (5, \infty)$.

Postać kanoniczna. Przy omawianiu funkcji kwadratowej należy podkreślać znaczenie postaci kanonicznej i wynikających z tej postaci własności. Wzory na pierwiastki trójmianu kwadratowego oraz na współrzędne wierzchołka paraboli, a także pojęcie i własności wyróżnika są jedynie wnioskami z postaci kanonicznej. Wiele zagadnień związanych z funkcją kwadratową daje się rozwiązać bezpośrednio z tej postaci. W szczególności postać kanoniczna pozwala znajdować najmniejszą lub największą wartość funkcji kwadratowej, a także oś symetrii jej wykresu.

Funkcje trygonometryczne, oprócz szerokich zastosowań w fizyce, służą do opisu związków miarowych w figurach płaskich oraz bryłach (np. twierdzenie sinusów i twierdzenie cosinusów). W wielu sytuacjach dla danego argumentu nie są potrzebne dokładne wartości tych funkcji, tylko ich przybliżenia. Uczniowie powinni umieć korzystać z tablic matematycznych jak i kalkulatora w dwóch celach: wyznaczenia przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych danego kąta oraz określenia kąta, dla którego funkcja trygonometryczna osiąga określoną wartość.

Planimetria. Rozwiązywanie klasycznych problemów geometrycznych jest skutecznym sposobem kształtowania świadomości matematycznej. Uczeń, który poznaje sposoby konstruowania figur, nabywa przez to wprawę w rozwiązywaniu zadań geometrycznych różnego typu. Konstrukcje można przeprowadzać w sposób klasyczny, za pomocą linijki i cyrkla, można też używać specjalistycznych programów komputerowych takich, jak np. GeoGebra.